



Modelos  
matemáticos en  
Ingeniería Civil  
**Máster Universitario**  
en Ingeniería de  
Camino, Canales y  
Puertos



UNIVERSIDAD  
**NEBRIJA**

## GUÍA DOCENTE

**Asignatura:** Modelos matemáticos en Ingeniería Civil

**Titulación:** Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

**Carácter:** Obligatoria

**Idioma:** Español

**Modalidad:** Virtual

**Créditos:** 6

**Curso:** 1º

**Semestre:** 2º

**Profesor / Equipo docente:**

### 1. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

#### 1.1. Conocimientos y contenidos

#### 1.2. Habilidades y destrezas

#### 1.3. Competencias

- C01-FC: Capacidad para abordar y resolver problemas matemáticos avanzados de ingeniería, desde el planteamiento del problema hasta el desarrollo de la formulación y su implementación en un programa de ordenador. En particular, capacidad para formular, programar y aplicar modelos analíticos y numéricos avanzados de cálculo, proyecto, planificación y gestión, así como capacidad para la interpretación de los resultados obtenidos, en el contexto de la ingeniería civil.
- C03-TE: Conocimiento y capacidad para el análisis estructural mediante la aplicación de los métodos y programas de diseño y cálculo avanzado de estructuras, a partir del conocimiento y comprensión de las solicitaciones y su aplicación a las tipologías estructurales de la ingeniería civil. Capacidad para realizar evaluaciones de integridad estructural.

### 2. CONTENIDOS

#### 2.1. Requisitos previos

Ninguno

#### 2.2. Descripción de los contenidos

- Fundamentos Matemáticos:

- Variable compleja, geometría diferencial, operadores de forma, geometría de superficies.
- Métodos numéricos para la aproximación de funciones.
- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias:
  - Transformada de Laplace para ecuaciones y sistemas diferenciales lineales. Aplicaciones.
  - Resolución numérica de ecuaciones diferenciales de primer orden. Métodos Runge-Kutta y métodos multipaso.
- Ecuaciones en derivadas parciales.
  - Nociones básicas de ecuaciones en derivadas parciales. Condiciones iniciales y de contorno.
  - Ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden lineales. Ecuación del calor, de ondas y de Laplace.
- Variables separadas para la resolución de EDPs.
  - Transformadas integrales para la resolución de EDPs. Transformada de Fourier y de Laplace.
  - Métodos numéricos para EDPs. Diferencias Finitas, Volúmenes Finitos y Elementos Finitos.
- Estadística y Optimización
  - Optimización lineal y no lineal.
  - Aproximación de funciones mediante mínimos cuadrados lineales y no lineales

### 2.3. Contenido detallado

Presentación de la asignatura.

Explicación de la Guía Docente.

#### 1. Fundamentos Matemáticos

- Variable compleja
  - Funciones analíticas y diferenciabilidad en  $\mathbb{C}$ . Teorema de Cauchy Riemann.
  - Integrales de contorno en el plano complejo. Teorema integral de Cauchy y fórmulas de derivación.
  - Series de potencias, polos y residuos. Aplicaciones a flujo potencial y mecánica de sólidos.

- Geometría diferencial
  - Curvas en el espacio: parametrización por arco, curvatura y torsión.
  - Superficies: primera y segunda formas fundamentales; contracción de Weingarten.
  - Geodésicas, líneas de curvatura y teorema de Gauss–Bonnet.
- Operadores de forma y geometría de superficies
  - Tensores de curvatura y operadores de Weingarten.
  - Propiedades métricas y extrínsecas de superficies.
  - Aplicaciones al análisis de tensiones en membranas y estructuras delgadas.
- Métodos numéricos para la aproximación de funciones
  - Interpolación polinómica, splines cúbicos y hermiticos.
  - Regresión lineal y no lineal: algoritmos de mínimos cuadrados.
  - Error de aproximación y criterios de estabilidad.

## 2. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO)

- Transformada de Laplace para EDOs lineales
  - Definición, propiedades y teoremas fundamentales.
  - Resolución de ecuaciones diferenciales y sistemas homogéneos y no homogéneos.
  - Casos prácticos: vibraciones mecánicas, circuitos eléctricos RLC.
- Métodos numéricos de primer orden y Runge–Kutta
  - Método de Euler explícito e implícito. Control y estimación de error.
  - RK2 (Heun) y RK4: fórmulas, implementaciones y análisis de eficiencia.
  - Implementación práctica en MATLAB y Python.
- Métodos multipaso
  - Fórmulas de Adams–Bashforth y Adams–Moulton.
  - Esquemas predictor–corrector y arranque de métodos.
  - Comparativa de convergencia y estabilidad.

## 3. Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP)

- Nociones básicas y problemas bien planteados

- Clasificación de EDPs: elípticas, parabólicas e hiperbólicas.
  - Condiciones iniciales y de contorno (Dirichlet, Neumann, mixtas).
  - Criterio de bien planteamiento: existencia, unicidad y estabilidad.
  - EDPs de segundo orden lineales
    - Ecuación de Laplace: problemas de potencial estacionario.
    - Ecuación del calor: difusión y conducción térmica.
    - Ecuación de ondas: propagación de pulsos en medios continuos.
  - Separación de variables
    - Procedimiento en coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas.
    - Series de Fourier y funciones propias. Casos prácticos.
  - Transformadas integrales en EDPs
    - Transformada de Fourier y de Laplace: resolución en dominio infinito y semi-infinito.
    - Tratamiento de condiciones de contorno en espacio y tiempo.
  - Métodos numéricos para EDPs
    - Diferencias finitas: esquemas explícitos e implícitos para calor y onda.
    - Volúmenes finitos: formulación conservativa y mallas no estructuradas.
    - Elementos finitos: formulación débil, elección de espacios de aproximación y ensamblaje.
4. Estadística y Optimización
- Optimización lineal y no lineal
    - Modelos de programación lineal: método simplex, dualidad y sensibilidad.
    - Optimización no lineal: condiciones de Karush–Kuhn–Tucker, métodos de gradiente y Newton.
    - Casos de aplicación: diseño óptimo de perfiles y sistemas hidráulicos.
  - Aproximación de funciones por mínimos cuadrados
    - Formulación del problema y propiedades de la solución.
    - Mínimos cuadrados lineales y no lineales: algoritmos de Gauss–Newton y LevenbergMarquardt.
    - Evaluación de la calidad del ajuste y análisis de residuales.

## 2.4. Actividades dirigidas

Durante el curso se realizarán varias actividades dirigidas en forma de trabajos orientados al aprendizaje y aplicación de los nuevos conceptos aprendidos o ampliación de éstos. Las actividades se desarrollarán de forma individual o en grupo.

## 2.5. Actividades formativas

| CÓDIGO | ACTIVIDAD FORMATIVA                                 | HORAS | PORCENTAJE DE PRESENCIALIDAD |
|--------|-----------------------------------------------------|-------|------------------------------|
| AF2    | Tutorías                                            | 8     | 100%                         |
| AF4    | Estudio individual y trabajo autónomo               | 82    | 0%                           |
| AF6    | Evaluación                                          | 3     | 100%                         |
| AF11   | Clases Asíncronas                                   | 32    | 0%                           |
| AF12   | Clases Síncronas de resolución de casos y problemas | 25    | 0%                           |

## 3. SISTEMA DE EVALUACIÓN

### 3.1. Sistema de calificaciones

El sistema de calificaciones finales se expresará numéricamente del siguiente modo:

0 - 4,9 Suspenso (SS)

5,0 - 6,9 Aprobado (AP)

7,0 - 8,9 Notable (NT)

9,0 - 10 Sobresaliente (SB)

La mención de “matrícula de honor” se otorgará a estudiantes que hayan obtenido una calificación igual o superior a 9,0 puntos. Su número no podrá exceder del cinco por ciento de los estudiantes matriculados en la materia en el correspondiente curso académico, salvo que el número de estudiantes matriculados sea inferior a 20, en cuyo caso se podrá conceder una sola «Matrícula de Honor».

### 3.2. Criterios de evaluación

Convocatoria ordinaria

|                        |            |
|------------------------|------------|
| Sistemas de evaluación | Porcentaje |
|------------------------|------------|

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| SE1. Participación        | 10% |
| SE2. Trabajos y proyectos | 10% |
| SE3. Examen Parcial       | 20% |
| SE4. Examen Final         | 60% |

#### Convocatoria extraordinaria

| Sistemas de evaluación    | Porcentaje |
|---------------------------|------------|
| SE2. Trabajos y Proyectos | 20%        |
| SE4. Examen Final         | 80%        |

### **3.3. Restricciones**

#### Calificación mínima

Para poder hacer media con las ponderaciones anteriores es necesario obtener al menos una calificación de 5,0 puntos en la prueba final presencial, tanto en convocatoria ordinaria como en extraordinaria.

#### Asistencia

El alumno que, injustificadamente, deje de asistir a más de un 25% de las clases presenciales podrá verse privado del derecho a examinarse en la convocatoria ordinaria.

#### Normas de escritura

Se prestará especial atención en los trabajos, prácticas y proyectos escritos, así como en los exámenes tanto a la presentación como al contenido, cuidando los aspectos gramaticales y ortográficos. El no cumplimiento de los mínimos aceptables puede ocasionar que se resten puntos en dicho trabajo.

### **3.4. Advertencia sobre plagio**

La Universidad Antonio de Nebrija no tolerará en ningún caso el plagio o copia. Se considerará plagio la reproducción de párrafos a partir de textos de autoría distinta a la del estudiante (Internet, libros, artículos, trabajos de compañeros...), cuando no se cite la fuente original de la que provienen. El uso de las citas no puede ser indiscriminado. El plagio es un delito. En caso de detectarse este tipo de prácticas, se considerará falta grave y se podrá aplicar la sanción prevista en el reglamento del alumno.

## **4. BIBLIOGRAFÍA**

1. Fundamentos Matemáticos y Geometría Diferencial Pressley, A.: "Elementary Differential Geometry", Springer, 2010. do Carmo, M.P.: "Differential Geometry of Curves and Surfaces", Prentice Hall, 1976. Titchmarsh, E.C.: "The Theory of Functions", Oxford University Press, 1939.
2. Métodos Numéricos y Aproximación de Funciones Atkinson, K.E.: "An Introduction to Numerical Analysis", Wiley, 1989. Chapra, S.C. y Canale, R.P.: "Numerical Methods for Engineers", McGraw-Hill, 2015. Burden, R.L. y Faires, J.D.: "Numerical Analysis", 10ª ed., Brooks/Cole, 2015.
3. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Boyce, W.E. y DiPrima, R.C.: "Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems", 10ª ed., Wiley, 2012. Butcher, J.C.: "Numerical Methods for Ordinary Differential Equations", 3ª ed., Wiley, 2016.
4. Ecuaciones en Derivadas Parciales Evans, L.C.: "Partial Differential Equations", 2ª ed., AMS, 2010. Strauss, W.A.: "Partial Differential Equations: An Introduction", 2ª ed., Wiley, 2007. LeVeque, R.J.: "Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations", SIAM, 2007. Fletcher, C.A.J.: "Computational Techniques for Fluid Dynamics: Fundamental and General Techniques", Vol. 1, Springer, 1991.
5. Estadística y Optimización Vanderbei, R.J.: "Linear Programming: Foundations and Extensions", 4ª ed., Springer, 2014. Nocedal, J. y Wright, S.J.: "Numerical Optimization", 2ª ed., Springer, 2006. Seber, G.A.F. y Wild, C.J.: "Nonlinear Regression", Wiley, 2003.